

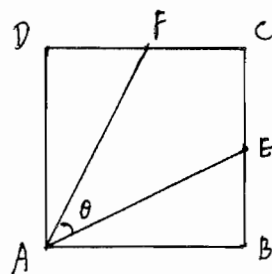
測驗時間：2 小時。

P1

## &lt; 試題 &gt;

一. 填充題 64 分 (第(1)~(9)格 每格 6 分, 第(10)格 10 分)

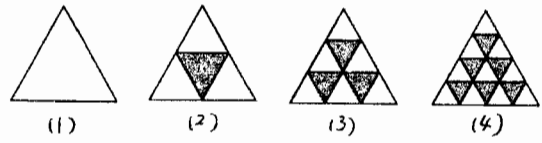
- 能使  $\sqrt{145-x}$  為“正整數”之自然數  $x$ , 總共有多少個? (1)
- 某果農採收柳丁後 給它分類: 挑選出上品 1754 斤, 中品 1075 斤, 下品 881 斤, 然後裝進箱子。如果每箱都裝  $d$  斤, 那麼上、中、下品的柳丁都會剩下相同的數目  $r$  斤 ( $r < d$ )。求數對  $(d, r) =$  (2)
- 設  $p(x) = x^2 + bx + c$ . ( $b, c$  為整數)。如果  $p(x)$  是  $x^4 + 6x^2 + 25$  與  $3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$  的公因式, 則  $p(x)$  為 (3)
- 已知方程式  $x^3 + x^2 - 10x - 6 = 0$  有一根是整數, 另外兩個根是多少? (4)
- 寫出方程式  $x^{\log_5 x} = 5$  所有的實根 (5)。
- $\sum_{k=0}^8 C_k^{36} \cdot C_{36-k}^{14} =$  (6) (答案用組合符號  $C_r^n$  表示)
- 右圖中,  $E, F$  分別是正方形  $ABCD$  中  $BC, CD$  邊的中點,  $\angle EAF$  的度數為  $\theta$ 。那麼  $\sin \theta$  的值是多少? (7)
- 通過點  $(0, -1)$  的直線中, 與拋物線  $x^2 = 4y$  相切的直線有哪些? 寫出它們的方程式 (8)
- 用四捨五入法計算  $(0.997)^{10}$  的近似值, 到小數第 3 位。則  $(0.997)^{10} \doteq$  (9)



10. 如右图, 若三角形的模式

依图(1)、图(2)、图(3)、图(4)

...之规则持续变化下去,



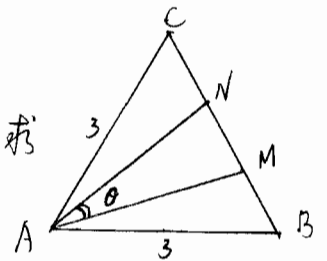
试问第10个三角形, 其黑色

部分的面积占整个三角形面积的比例为           (10)          

二. 计算题 (36分)

1. 找出空间直线  $L: \begin{cases} 2x + y - z = 10 \\ x + y - 2z = 6 \end{cases}$  距离原点最近的点  $P$  及  $OP$  的长 (10分)

2. 右图是边长为3的正三角形  $ABC$ ,  $M, N$  是  $BC$  边上的三等分点, 令  $\angle MAN = \theta$ , 试求



(1)  $AM$  的长 (7分)

(2)  $\cos \theta$  的值 (7分)

3. 已知半径为  $a$  之圆面积为

$$4 \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx = \pi a^2 \quad \text{--- (1)}$$

利用(1)式推导椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  的面积 (12分)

