

## 數學 (94)

1. 如果  $|a-b| = a-b$ ，請寫出  $a$  和  $b$  的範圍。(10分)
2. 證明  $\log_{1999}2000 > \log_{2000}2001$ 。(10分)
3.  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $m, n > 1$ ，如  $35n+28$  和  $7n+3$  都是  $m$  的倍數，求  $m, n$ 。(10分)
4. 平面  $ax+by=d$  和球面  $x^2+y^2+z^2=1$  相交，求形成的圓心和半徑，試變化  $a, b$  使得圓心的軌跡也成爲一個圓。(15分)
5. 橢圓  $a^2x^2+y^2-2a^2y=a^2$ , ( $a \in \mathbb{R}$ )，恆通過定點 A、B。(15分)
  - (a) 求 A、B 座標。
  - (b) 求 A、B 兩點橢圓的切線。
  - (c) 求(b)部分兩切線的夾角。橢圓的切線？你可以令  $z=ax$ ， $z$  和  $y$  成爲一個圓，求出切線後，再變回去。
6. 假設台北的天氣是這樣的，如果今天下雨，則明天也下雨的機率是  $p$ ，如果今天不下雨，則明天也不下雨的機率也是  $p$ ，如果第一天下雨的機率是  $A$ ，那第  $n$  天下雨的機率是多少？(20分)
7. 半圓分成  $n$  等份，各等分點爲  $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ ， $P_0$  和  $P_n$  爲半圓兩端， $O$  爲圓心，現在有  $n+1$  個向量： $\overline{OP_0}, \overline{OP_1}, \dots, \overline{OP_n}$ ，求其總向量和。  
一圓弧，圓心角  $\theta$ ，同樣分成  $n$  等份，各等分點爲  $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ ， $P_0$  和  $P_n$  爲圓弧兩端，同樣有  $n+1$  個向量： $\overline{OP_0}, \overline{OP_1}, \dots, \overline{OP_n}$ ，求其總向量和。(20分)