

三、非選題：每題 10 分 共 60 分

1. (1) 設 $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ ，試證： $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ (2) 若 $A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ，利用上

述求 A^{12} 的值？

2. 60 人分成三集合 A 、 B 、 C ，若 $n(A) = 42$ ， $n(B) = 36$ ， $n(C) = 27$ ， $n(A \cap B \cap C) = 10$
- (1) 求 $n(A' \cup B' \cup C') = ?$
 - (2) $n[(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)] = ?$
 - (3) 若 $n(A \cap B) = 26$ ，求只在 C 中而不在 A 、 B 中之元素個數
3. 設 $n = a \times 10^2 + b \times 10 + c$ 為三位數，其中 a 、 b 、 c 為 0 到 9 的阿拉伯數字，且 $a \neq 0$ ，假設 a 、 b 、 c 三個數兩兩相異，而 n 可以被 45 所整除。
- (1) 求 c 可能取得的值。
 - (2) 求 $a + b$ 可能取得的值。
 - (3) 求這樣的 n 可被 45 整除的個數。
4. 某班同學 30 人，剛從畢業旅行回來就碰上模擬考，以下是國、英、數三科考試的結果，國文不及格的有 16 人，英文不及格的有 13 人，數學不及格的有 10 人，三科都不及格的有 2 人，只有國文不及格的人數和只有英文不及格的人數相等，問有多少人只有數學不及格？答案可能不只一個，請都寫出來。
5. $x^4 + 2ax^2 + 1 = 0$ ， a 是實數。
- (a) 如上式有四相異實根，求 a 的範圍。
 - (b) 上式可不可能只有一對共軛複數根？
 - (c) 如上式有兩對共軛複數根，且根的絕對值都是 1，求 a 的範圍。
 - (d) 如上式有兩對共軛複數根，請在複數平面標出根的位置，你可假設 $a = 0.5$ 。
6. (a) 寫下以 x 軸為對稱軸，焦點在 $(C, 0)$ ，且經過原點的拋物線方程式。
- (b) 如要使正焦弦落在 y 軸上，須把拋物線平移多少距離？
- (c) 寫下以 $x = y$ 為對稱軸，焦點在 (C, C) ，且經過原點的拋物線方程式。
- (d) 如要使正焦弦兩端分別落在 x 和 y 軸上，須把拋物線沿 $x = y$ 平移多少距離？