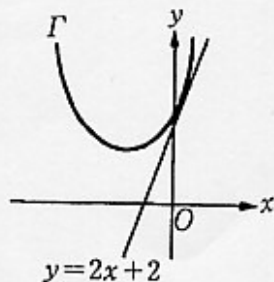


## 台 大 物 理 系 申 請 入 學 數 學 試 題 答 案 務 必 寫 在 答 案 紙 上 !

## 一、單選題：每題4分 共20分

- ( ) 1. 已知拋物線 $\Gamma$ 的方程式為 $y = (x+1)^2 + 1$ ，且直線 $y = 2x + 2$ 與 $\Gamma$ 相切，設 $L$ 為斜率等於2的直線，若 $L$ 與 $\Gamma$ 有兩個交點，則 $L$ 上任一點 $P$ 的坐標滿足下列哪個關係式（參考附圖）？
- (A)  $y > (x+1)^2 + 1$  (B)  $y < (x+1)^2 + 1$  (C)  $y = (x+1)^2 + 1$   
 (D)  $y > 2x + 2$  (E)  $y < 2x + 2$ 。



- ( ) 2. 設甲、乙、丙三人打靶，甲的命中率為 $\frac{1}{2}$ ，乙的命中率為 $\frac{2}{3}$ ，丙的命中率為 $\frac{3}{4}$ ，今三人同時射擊一靶各打一發，靶中一發的機率為
- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{4}$  (E)  $\frac{3}{5}$ 。
- ( ) 3. 經坐標變換後，化 $x^2 + 6xy - 7y^2 + 2x + 2y + k = 0$ 得標準式為 $x'^2 - 4y'^2 = 1$ ，則 $k$ 的值為
- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $-\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{3}{4}$  (D)  $-\frac{5}{4}$  (E)  $\frac{4}{5}$ 。
- ( ) 4. 設 $a > 0, a^{2x} = \sqrt{2} + 1$ ，則 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x + a^{-x}}$ 之值為
- (A)  $\sqrt{2} + 1$  (B)  $\sqrt{2} - 1$  (C)  $2\sqrt{2} + 1$  (D)  $2\sqrt{2} - 1$  (E)  $2\sqrt{2}$
- ( ) 5. 若 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ \ell & m & n \end{vmatrix} = 3$ ，則 $\begin{vmatrix} 2a-c & b+c & a+3b \\ 2d-f & e+f & d+3e \\ 2\ell-n & m+n & \ell+3m \end{vmatrix}$ 之值為
- (A) 15 (B) -15 (C) 18 (D) -18 (E) 12。

## 二、填充題：每題4分 共20分

1. 設 $t \in \mathbb{R}$ ， $f(x) = x^2 + tx + 3$ ，若 $f(x) \leq t$ 沒有實數解，則 $t$ 之範圍為\_\_\_\_\_。
2. 試求矩陣 $X$ 使 $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} X + 2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ 。答：\_\_\_\_\_。
3. 空間中有兩點 $A(1, 3, 5)$ ， $B(7, 3, -1)$ ，若有一球面通過 $A$ 、 $B$ 兩點，且球心在直線 $L: x-1 = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{2}$ 上，則球心為\_\_\_\_\_，此球半徑為\_\_\_\_\_。
4. 設 $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $\frac{1}{1+3i} + \frac{1}{a+bi} = \frac{3}{10}$ ，則數對 $(a, b) =$ \_\_\_\_\_。
5. 若 $p(x, y)$ 為曲線 $\Gamma: 3x^2 + 2\sqrt{3}xy + 5y^2 = 12$ 上之動點則
- (1)  $p$ 到原點之最大距離為\_\_\_\_\_。
- (2)  $p$ 到原點之最小距離為\_\_\_\_\_。