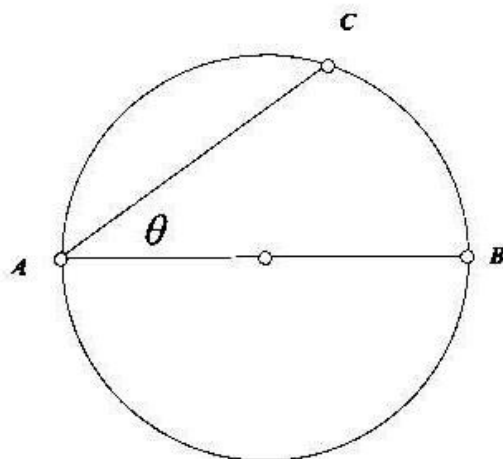


國立臺灣大學物理學系 90 學年度大學申請入學 數學科試題

一、林先生在一圓形湖休閒區預備進行划船與慢跑運動。他先由湖畔的 A 點沿直線划船到湖邊的某個點 C ，再上岸沿湖邊慢跑到 B 點，如下圖中箭頭所示，其中 \overline{AB} 為湖的直徑。已知他划船速度為每小時 3 公里，慢跑速度為每小時 6 公里，問 C 點位於何處時(角度 θ (=角 CAB)為多大時)，林先生運動的時間最長？(20%)



二、長方體游泳池長 50 公尺，寬 24 公尺，深 2 公尺。現在要將裝滿這個游泳池的水全部從游泳池的上緣抽出，則所做的功為多少焦耳？(重力加速度

$$g = 9.8 \frac{m}{s^2})(20\%)$$

三、在空間中，以 z 軸為中心軸且半徑為 1 的圓柱，被平面 $x + 2z = 6$ 所截，截痕為一橢圓。試問此橢圓的長短軸長度的比值為？(20%)

四、擲一均勻錢幣時，正面及反面出現的機率相同。將此一錢幣擲 5 次時，求(1) 正面出現 2 次的機率 (2) 正面至少出現 2 次的機率(20%)

五、 n 為自然數，試證明

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{1}{3}n(4n^2 - 1)(20\%)$$